

## АНАЛИЗ НА РЕШЕНИЕТО НА ЗАДАЧА ПОБИТОВО УРАВНЕНИЕ

Първо малко ще преобразуваме даденото уравнение:

$$x|y = x^z$$

$$x|y^x = x^z x$$

$$x|y^x = z$$

Така изразихме  $z$  чрез  $x$  и  $y$ .

Нека функцията  $f(a, b, c)$  ни дава броя на тройките цели неотрицателни  $x$ ,  $y$  и  $z$ , които са решения на уравнението и са съответно по-малки или равни на  $a$ ,  $b$  и  $c$ . Тогава с помощта на принципа **inclusion-exclusion** бихме могли да представим отговора на задачата по следния начин:  $f(r, r, r) - f(l-1, r, r) - f(r, l-1, r) - f(r, r, l-1) + f(l-1, l-1, r) + f(l-1, r, l-1) + f(r, l-1, l-1) - f(l-1, l-1, l-1)$ .

Остана да намерим начин да изчислим стойността на функцията  $f(a, b, c)$ . Това можем да направим като разгледаме побитово аргументите на функцията от най-старшия бит към най-младшия.

Ако на дадена позиция в  $a$  стои 0, то в  $x$  на същата позиция може да стои само 0, защото  $x \leq a$ . Ако на дадена позиция в  $a$  стои 1, то в  $x$  на същата позиция може да стои и 0 и 1, като ако изберем 0, всички ограничения за следващите двоични цифри на  $x$  отпадат, защото сме сигурни, че  $x < a$ . Същите разсъждения важат за  $y$  и  $b$  и за  $z$  и  $c$ .

Пресмятането на функцията може да се извърши рекурсивно. За оптимизация се използва мемоизация с цел да се избегне пресмятането на функцията за едни и същи аргументи повече от веднъж. Сложността е от порядъка  $O(\log_2 R)$ .

Изготвил анализа:  
Добрин Башев