

## АНАЛИЗ НА РЕШЕНИЕТО НА ЗАДАЧА ФЕРМА

Задачата се решава с динамично оптимиране. Формално имаме дърво с  $N$  върха и трябва да изберем множество от  $M$  от тях, така че най-дългото разстояние от някой връх в дървото до най-близкия до него връх от множеството да е минимално.

Можем да приложим двоично търсене по отговора. Търсим най-голямото възможно разстояние  $dist$ , за което можем да изберем множество, състоящо се от най-много  $M$  върха, така че разстоянието от всеки връх в дървото до най-близкия избран да не превишава  $dist$ .

Нека въведем следните означения:

$cow[u]$  – разстоянието от  $u$  до най-отдалечената крава от поддървото на върха  $u$ , която засега се намира по-далеч от  $dist$  единици от най-близкия обор; ако такава няма ще приема стойност  $-1$

$barn[u]$  – разстоянието от  $u$  до най-близкия обор в поддървото на  $u$

С едно обхождане в дълбочина ще намерим двете стойности за всеки връх и чрез тях ще определим, къде е необходимо да се построи обор.

Стойността на  $barn[u]$  намираме чрез:

$barn[u] = \max(barn[v] + 1)$ , където  $v$  е дете на  $u$  в дървото

За  $cow[u]$  трябва да намерим стойността  $cow[u] = \min(cow[v] + 1)$ , но това не е достатъчно. Ако  $cow[u] + barn[u] \leq dist$ ,  $cow[u]$  трябва да приеме стойност  $-1$ . Този случай разглежда възможността крава от поддървото на някое от децата на  $u$  да е на разстояние не по-голямо от  $dist$  от обор, намиращ се в поддървото на друго дете на  $u$ .

Остава да изясним условието, с което ще избираме върховете в множеството. Ако за някой връх получим, че  $cow[u] = dist$ , то тогава в него трябва да бъде изграден обор и съответно това да бъде отразено със следните промени:  $cow[u] = -1$  и  $barn[u] = 0$ . Последният случай, който не бива да се пропуска, е, ако след обхождането на цялото дърво са останали някакви крави, които са на разстояние по-голямо от  $dist$  от най-близкия обор, трябва да се построи обор в корена на дървото. Достатъчно е да се провери дали  $cow[u]$  за корена на дървото има стойност, различна от  $-1$ .

Автор: Добрин Башев